



Íslenska stærðfræðafélagið
Félag raungreinakennara í framhaldsskólum

30. september 2025
Tímamörk: 2½ klst.

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2025–2026

Fullt nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Hófst þú nám í framhaldsskóla árið 2024 eða fyrr?

☐ Já (*Efra stig*) ☐ Nei (*Neðra stig*)

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Σ	

Pau sem hófu nám í framhaldsskóla árið 2024 eða fyrr teljast til *efra stigs*. Önnur teljast til *neðra stigs*. Efstu nemendur á hvoru stigi fyrir sig komast áfram í loka-keppni.

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Þetta er **ekki próf**. Svarið því sem þið getið og ekki hafa áhyggjur þótt þið sleppið einhverjum spurningum. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn. Uppkast á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Myndir sem fylgja sumum dæmum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, hringfari og reglustika. **Notkun reiknivéla og síma er óheimil.**

Fyrsti hluti (30 stig)

Í þessum hluta eru tíu dæmi. Merkið við í mesta lagi einn svarkost. Rétt svar gefur þrjú en eitt stig er dregið frá fyrir rangt. Það er nákvæmlega eitt rétt svar.

1. Edda og Atli eru að skokka 10km hring. Þau halda bæði föstum hraða alla leið. Þegar Atli er hálfnaður á Edda aðeins þriðjung eftir. Hvað verður Atli búinn með hátt hlutfall hringsins þegar Edda lýkur hlaupi sínu?

☐ 5/8

☐ 2/3

☐ 3/4

☐ 7/8

2. Í frægri stærðfræðikeppni með 100 dæmum eru gefin annaðhvort 3, 6 eða 10 stig fyrir að leysa dæmi. Fyrir óleyst dæmi fást 0 stig. Hvað af eftirfarandi stigafjöldum er ekki hægt að fá á keppninni? (Til dæmis er hvorki hægt að fá 4 né 5 stig).

☐ 15

☐ 17

☐ 27

☐ 64

3. Matthías keyrir norður til Akureyrar á hraðanum 80km/klst að meðaltali en lendir svo í hryllilegu óveðri og umferðarteppu á leiðinni suður og ekur bakaleiðina að meðaltali á 20 km/klst. Hver var meðalhraði hans í heildina?

☐ 32 km/klst

☐ 40 km/klst

☐ 48 km/klst

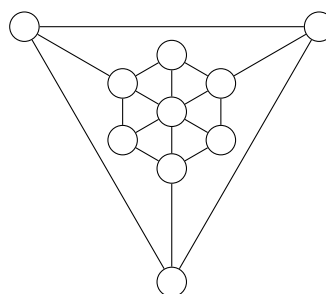
☐ 50 km/klst

4. Ingfríður litar hringina á myndinni hér til hliðar. Engir hringir sem eru tengdir með striki mega vera í sama lit. Hver er minnsti fjöldi lita sem Ingfríður þarf að nota?

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5


5. Rithátturinn ndm táknar að maður eigi að kasta n teningum með m hliðum með tölum $1, 2, \dots, m$ og leggja saman niðurstöður. Til dæmis merkir $2d6$ að kasta eigi tveimur venjulegum sex hliða teningum og leggja saman niðurstöður þeirra. Hver af eftirfarandi valkostum gefur að meðallagi hæsta svarið?

☐ 4d4

☐ 3d6

☐ 2d10

☐ 1d20

6. Gefið er að $x + \frac{1}{x} = 45$, hvert er þá gildi $x^2 + \frac{1}{x^2}$?

☐ 2023

☐ 2024

☐ 2025

☐ 2026

7. Þú dregur tvö spil úr venjulegum spilastokku með 52 spilum. Hverjar eru líkurnar á að þú dregur spilin í strangt vaxandi röð? Stærðarröð spila er ás, tvístur, þristur, ..., tíá, gosi, drottning, kóngur. Strangt vaxandi röð þýðir að seinna spilið er stærra en það fyrri. Fyrri spilið er ekki sett aftur í stokkinn áður en það seinna er dregið.

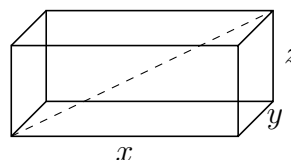
☐ 6/13

☐ 24/51

☐ 25/52

☐ 1/2

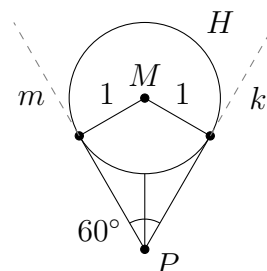
8. Kassi sem er rétthyrndur á alla kanta hefur lengd x , breidd y og hæð z . Hver er lengd striks frá horni í gagnstætt horn?


☐ $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
☐ $\sqrt{\sqrt{x^2 + y^2} + z^2}$
☐ $\sqrt{x^2 + y^2} + z^2$
☐ $\sqrt{x^2 + y^2} + z$

9. Hver af eftirfarandi stærðum endar ekki á tölustafnum 0?

☐ $7!$
☐ $17^7 - 7^7$
☐ $17^7 + 7^7$
☐ $11^7 - 1$

10. Hringur H hefur geisla (radíus) 1 og miðju M . Snertlar við hringinn, m og k , skerast í punkti P utan við hringinn. Hornið milli snertlanna er 60° . Hver er stysta fjarlægð P frá hringnum?

☐ $2\sqrt{2} - 2$
☐ $2/\sqrt{3}$
☐ $\pi/3$
☐ 1


Annar hluti (30 stig)

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki útskýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

Öll svör í þessum hluta eru jákvæðar heiltölur minni en 100.000.

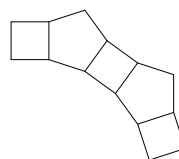
- 11.** Til er nákvæmlega ein þriggja stafa tala sem verður 4.5 sinnum stærri þegar fyrsta og þriðja tölustaf er svissað. Hver er sú tala?

Svar: _____

- 12.** Hvert er gildi $\sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42 + \dots}}}}$?

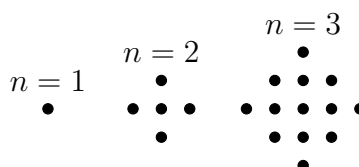
Svar: _____

- 13.** Ferningum og reglulegum fimmhyrningum er raðað saman í hring eins og búturinn hér til hliðar sýnir. Hvað þarf marga ferninga og fimmhyrninga samtals til að fara hringinn?



Svar: _____

- 14.** Á myndinni sést mynstur punkta fyrir $n = 1, 2, 3$. Hvað verða margir punktar í mynstrinu fyrir $n = 50$?



Svar: _____

- 15.** Finnið stærstu töluna x svo að 2^x deili $(2^{2^2} + 2)!$.

Svar: _____

Þriðji hluti (40 stig)

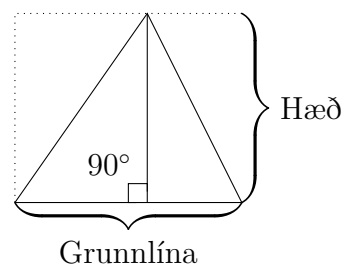
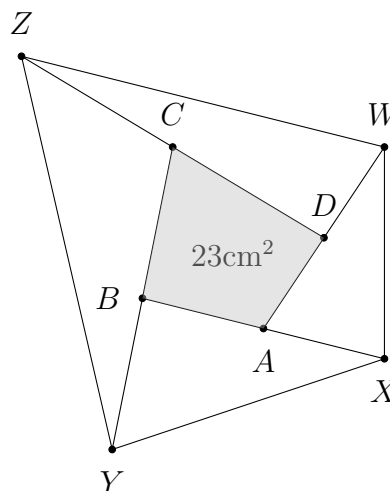
Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. **Hér ber að rökstyðja svörin.** Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

Dæmi 16

Ef tölunni 2025 er skipt í tvær tveggja stafa tölur fást 20 og 25. Samanlagt gefa þær 45, og $45^2 = 2025$. Næsta tala sem þetta gildir um er 3025. Hvaða fjögurra stafa tala með þennan eiginleika kemur næst?

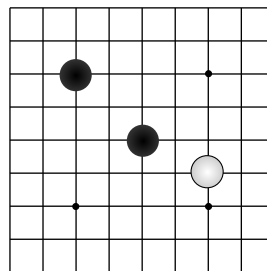
Dæmi 17

Gefinn er ferhliðungur $ABCD$ með flatarmál 23cm^2 . Hliðar hans eru gerðar tvöfalt lengri, eins og sést á mynd. Þetta gefur okkur fjóra nýja punkta X, Y, Z, W . Hvert er flatarmál ferhliðungsins $XYZW$? Athugið að flatarmál þríhyrnings má reikna sem grunnlínu sinnum hæð deilt með tveimur, sjá mynd að neðan.



Dæmi 18

Jörmunrekur á stórt $n \times n$ Go leikborð og nóg af svörtum og hvítum steinum til að leggja á það. Hann vill leggja $n \times n$ steina á borðið svo sérhver steinn hafi nákvæmlega 2 granna af sínum eigin lit. Hér teljast steinar grannar ef þeir liggja hlið við hlið (lóðrétt eða lárétt) með ekkert gat sín á milli. Fyrir hvaða n er þetta hægt? (Myndin er af 9×9 borði).



Dæmi 19

Höfum runu talna $a_1, a_2, a_3, \dots$.

Gefið er að

$$a_{2n} = a_n, \quad a_{4n-3} = 2a_{2n-1} - 1, \quad \text{og} \quad a_{4n-1} = 2a_{2n-1} + 1$$

fyrir öll $n = 1, 2, \dots$. Reiknið gildi $a_1 + a_2 + \dots + a_{2025}$.

Hlutstig fást fyrir að ákvarða rununa $a_1, a_2, a_3, \dots$.