

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2016–2017 Neðra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_ Póstnúmer: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

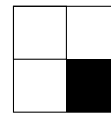
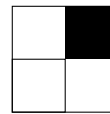
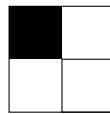
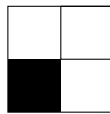
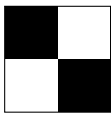
1. Edda telur fætur og hala á öllum kúm í dýragarðinum. Fæturnir reynast vera 18 fleiri en halarnir. Hversu margar kýr eru í dýragarðinum?

 3 6 8 9

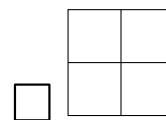
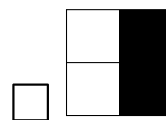
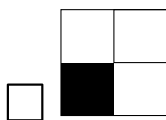
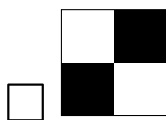
2. Hliðarlengdir pappakassa eru mældar í metrum. Hliðarlengdirnar eru heiltölur sem eru í hlutföllunum 1 : 3 : 4. Hver af eftirfarandi tölum getur verið rúmmál kassans, mælt í rúmmetrum?

 48 56 64 96

3. Gutti setur saman tening úr alhvítum og alsvörtum einingarkubbum. Hér sjást fimm hliðar teningsins hans Gutta.



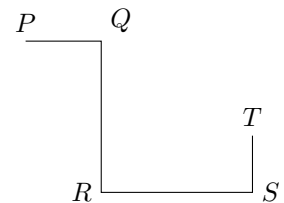
Hvernig lítur sjötta hliðin út?



4. Meðalaldur fjögurra frænda Auðuns er 8 ár og miðgildið er 5 ár. Hver er samantlagður aldur yngsta og elsta frændans í árum?

 13 16 22 25

5. Á myndinni er  $PQ$  hornrétt á  $QR$ ,  $QR$  er hornrétt á  $RS$  og  $RS$  er hornrétt á  $ST$ . Ef  $PQ = 4$  m,  $QR = 8$  m,  $RS = 8$  m og  $ST = 3$  m, hver er þá lengd  $PT$ ?

 12 m 13 m 15 m 16 m

6. Ef  $n * m = n^3 m^2$  hvað er þá  $\frac{2 * 4}{4 * 2}$ ?

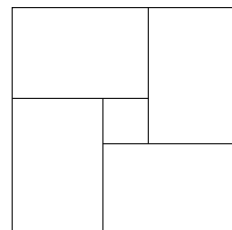
$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$

1

2

7. Stórum ferningi er skipt í fjóra rétthyrninga og einn lítinn ferning líkt og sést á myndinni. Ummál hvers rétthyrninganna fjögurra er 16 cm. Hvert er ummál stóra ferningsins?



20 cm

24 cm

28 cm

32 cm

8. Þórunn skoraði 36 stig í síðasta körfuboltaleik. Þetta varð til þess að meðalskor hennar hækkaði úr 20 í 21 stig. Hversu mörg stig þarf hún að skora í næsta leik til að meðalskor hennar verði 22 stig?

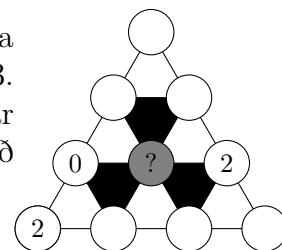
36

38

40

42

9. Rita skal tölurnar 0,1 eða 2 í hvern þessara hringa. Summa hverra þriggja hornpunkta hvítra þríhyrninga skal vera deilanleg með 3. Summa hverra þriggja hornpunkta svartra þríhyrninga á hins vegar ekki að vera deilanleg með þremur. Hvaða tala eða tölur geta passað í hringinn í miðjunni?



bara 0

bara 1

bara 2

0 eða 1

10. Í bæ nokkrum búa hrappar sem alltaf ljúga og heiðursmenn sem alltaf segja satt. Bæjarbúar vita vel hver tilheyrir hvorum hópnum en sama máli gegnir ekki um aðkomumenn. Jónatan var nýkominn til bæjarins og hitti á bæjartorginu sjö manns sem sátu við hringborð. Jónatan spurði hvort hrappar sætu við borðið og gall þá í einum „Ég sit milli tveggja hrappa!“. Í kjölfarið sagði hver hinna sem við borðið sátu „Ég sit líka milli tveggja hrappa!“ Hversu margir hrappar sátu við borðið?

3

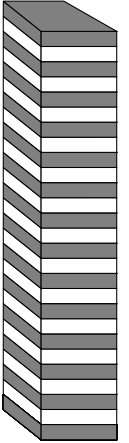
4

5

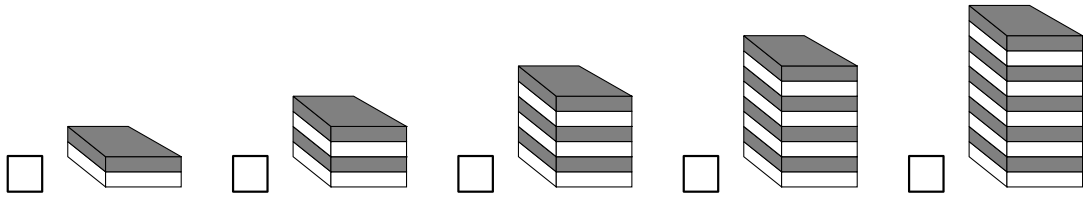
Ekki hægt að segja til um það

## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.



11. Stella byggir turn úr 27 jafnstórum kubbum. Hún skiptir turninum í 2 hluta þannig að annar hlutinn er tvöfalt stærri en hinn. Annan af þessum tveimur hlutatum tekur hún því næst og skiptir í tvo hluta þannig að annar hlutinn er tvöfalt stærri en hinn. Þetta endurtekur hún síðan í þriðja skiptið. Hvern af eftirfarandi bútum er útilokað að Stella hafi náð að mynda í einhverri af skiptingunum þremur?



12. Á pappírsræmu stendur talan 2581953764. Erla sker ræmuna í 3 hluta þannig að talan skiptist í 3 tölur sem gefa eins litla summu og mögulegt er. Hver er þessi summa?

2878       2975       3775       4217       4298

13. Úrið hennar Regínu er 10 mínútum of seint en Regína heldur að það sé 5 mínútum of fljótt. Úrið hans Jóa er 5 mínútum of fljótt en hann heldur að það sé 10 mínútum of seint. Hvað heldur Jói að klukkan sé þegar Regína heldur að klukkan sé 12?

11:30       11:45       12:00       12:30       12:45

14. Stefanía skrifadi forrit til að flokka tölur eftir stærð. Summurnar hér til hliðar eru nú þegar í stærðarröð. Hvar í röðinni er talan  $x + y + z$ ?

1. $z + z + y$
2. $x + x + y$
3. $y + y + z$
4. $y + y + x$

Á undan 1. summu       Á milli 1. og 2. summu       Á milli 2. og 3. summu       Á milli 3. og 4. summu       Á eftir 4. summu

15. Iðnaðarmennirnir Stjáni, Inga, Adda og Ragnar sitja við hringlaga borð. Hvert þeirra gegnir einu eftirfarandi starfa og hefur ekkert þeirra sama starf: smiður, pípari, málari og rafvirki. Píparinn situr vinstra megin við Stjána. Smiðurinn situr á móti Ingu. Adda og Ragnar sitja hlið við hlið. Vinstra megin við malarann situr Stjáni eða Adda. Hvaða starfi gegnir Adda?

Smiður       Pípari       Málari       Rafvirki       Ekki hægt að segja til um það

## Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Talnarunan  $1, 3, 6, 10, 15, \dots$  er þannig að bilið milli aðliggjandi talna lengist alltaf um 1. Hver er sextugasta og þriðja talan í rununni?

Svar: \_\_\_\_\_

17. 10 keppendur eru á tennismóti. Á hve marga vegu er hægt að útfæra fyrstu umferð; umferð fyrstu 5 leikja?

Svar: \_\_\_\_\_

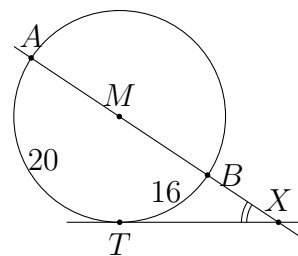
18. Tveir hringar snertast í punkti  $P$ . Stærri hringurinn hefur radíus 4 og sá minni hefur radíus 2. Strik úr punkti  $A \neq P$  á minni hringnum liggur í gegnum snertipunktinn  $P$  og yfir í punkt  $B \neq P$  á stærri hringnum. Lengd  $AB$  er 4. Finnið lengd  $PB$ .

Svar: \_\_\_\_\_

19. Gutti finnur gamlan reikning fyrir 72 eins stílabókum en einungis tveir tölustafir í miðju fjögurra stafa upphæðarinnar eru læsilegir: 39. Hvaða upphæð stóð á reikningnum?

Svar: \_\_\_\_\_

20. Lína  $AB$  liggur gegnum  $M$ , miðpunkt hring. Snertill við hringinn í punkti  $T$  sker línuna  $AB$  í punktinum  $X$ . Boginn  $AT$  er 20 cm langur og boginn  $TB$  er 16 cm langur (myndin er ekki í réttum hlutföllum). Hversu stórt er hornið  $\angle AXT$ ?



Svar: \_\_\_\_\_

## Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Kári Lyng var allvel stæður þegar hann féll frá. Hann lét börnunum sínum sex eftir drjúgan arf en setti sérstök skilyrði fyrir skiptingu hans.

- Bjarni átti að fá tvöfalt á við Ása.
- Davíð átti að fá þrefalt á við Ása.
- Erla átti að fá helming af því sem Fríða fengi.
- Gréta átti að fá þriðjung af því sem Fríða fengi.
- Samtals áttu bræðurnir þrír að fá jafnmikið og systurnar þrjár.
- Bjarni átti að fá 8 milljónum meira en Erla.

Hver var upphæðin sem Kári Lyng lét eftir sig?

22. Hringur er innritaður í jafnarma þríhyrning  $ABC$ . Strikið  $AP$  fer í gegnum miðju hringins,  $AC = AB = 12$  og  $BP = 4$ . Hver er radiús hringins?

