

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2012–2013 Neðra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_ Póstnúmer: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Þegar brotið  $\frac{2^{n+3} - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+2}}$  er fullstýtt fæst?

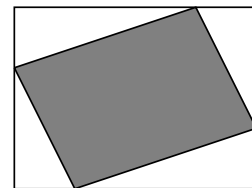
$\frac{5}{8}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{7}{8}$

1

2. Rétthyrningur hefur hliðarlengdir 3 cm og 4 cm. Hvert er flatarmál innritaðs samsíðungs ef hver hornpunktur hans er 1 cm frá næsta hornpunkti ferhyrningsins?



5 cm<sup>2</sup>

6 cm<sup>2</sup>

7 cm<sup>2</sup>

8 cm<sup>2</sup>

3.  $x$ ,  $y$  og  $z$  eru jákvæðar heiltölur og  $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{8}{3}$ . Hvert er gildið á  $z$ ?

1

2

3

4

4. Ef skipta á  $k$  karamellum jafnt á milli 7 félaga þá verða 3 afgang. Hve margar verða afgang þegar  $3 \cdot k$  karamellum er skipt jafnt milli þessara 7 félaga?

2

3

4

5

5. Hver er síðasti tölustafur tölunnar  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2013$  (margfeldi allra oddatalna frá 1 til 2013)?

1

3

5

7

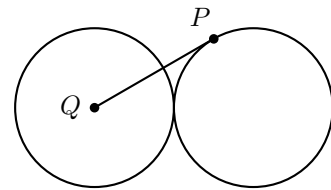
6. Jón er nú þrisvar sinnum eldri en Gunna, en fyrir fimm árum var aldur hans fjórfaldur aldur hennar, í árum talið. Hve mörg ár eru þar til hann verður tvöfalt eldri en hún?

 12 15 18 21

7. Þegar vatn fyllir krukku að  $1/5$  hluta þá vegur hún 560 grömm og þegar vatn fyllir krukuna að  $4/5$  hluta þá vegur hún 740 grömm. Hve mörg grömm er krukkan tóm?

 440 460 480 500

8. Myndin sýnir tvo jafnstóra hringa sem snertast. Lengd snertils frá öðrum hringnum að miðju hins er  $PQ = 2\sqrt{3}$  cm. Hve margir cm er geisli (radíus) hringanna?

  $\frac{1}{2}$   $\sqrt{2}$   $\sqrt{3}$  2

9. Ef  $m$  er ferningstala (annað veldi heillar tölu) er næsta ferningstala stærri en  $m$  jöfn

  $m + 2\sqrt{m} + 1$   $m^2 + 2m + 1$   $m + 1$   $\sqrt{m} + 1$ 

10. Á hve marga vegu geta fimm vinir skipt í tvö lið, tveir á móti þremur?

 4 6 10 12

## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Í nýrri íslenskri mynt er 8 krónu peningur og 13 krónu peningur. Hve marga peninga (myntir) fær maður alls þegar 100 krónu seðli er skipt í þessari mynt?

8       9       10       11       12

12. Eftirfarandi fjórar fullyrðingar eru skrifaðar á miða:

- (a) Nákvæmlega fjórar fullyrðingar á þessum miða eru ósannar.
- (b) Nákvæmlega þrjár fullyrðingar á þessum miða eru ósannar.
- (c) Nákvæmlega tvær fullyrðingar á þessum miða eru ósannar.
- (d) Nákvæmlega ein fullyrðing á þessum miða er ósönn.

Hversu margar þeirra eru sannar?

4       3       2       1       ekki hægt að ákvarða

13. Um hve mörg prósent eykst yfirborðsflatarmál rétthyrnds kassa þegar hliðarlengdir hans eru lengdar um 50%?

50%       100%       125%       237,5%       300%

14. Anna, Jón og Sigga hlaupa 10 km hlaup með jöfnum hraða hvert um sig. Þegar Anna kemur í mark, er hún 2 km á undan Jóni og 4 km á undan Sigu. Hve langt á undan Sigu er Jón þegar hann kemur í mark?

2 km       2,25 km       2,5 km       2,75 km       3 km

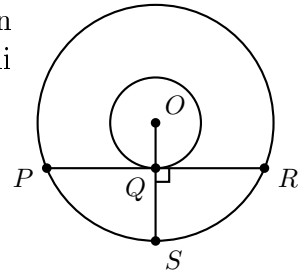
15. Ferningur og hringur hafa sama ummál. Hvert er hlutfallið milli flatarmáls hringsins og flatarmáls ferningsins?

$\frac{2}{\pi}$         $\frac{3}{\pi}$         $\frac{4}{\pi}$         $\frac{5}{\pi}$         $\frac{6}{\pi}$

## Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Myndin sýnir tvo sammiðja hringi með miðju  $O$ . Strengurinn  $PR$  er snertill innri hringi í punktinum  $Q$ . Hver er geisli (rædius) stærri hringisins ef gefið er að  $PR = 12$  og  $QS = 4$ ?



Svar: \_\_\_\_\_

17. Fljótabátur siglir með jöfnum hraða. Þegar báturinn siglir með straumnum er hann 5 klst frá  $A$  til  $B$ , en 7 klst til baka. Hve langan tíma tekur það vélarvana þar að fljóta með straumnum frá  $A$  til  $B$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

18.  $0,abc$  er tugabrot með nákvæmlega þremur aukastöfum, sem enginn er 0. Einnig má skrifa  $0,abc$  sem almennt brot  $1/n$ . Hvaða tala er  $n$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

19. Hversu margar tveggja stafa tölur eru jafnar sjöfaldri þversummu sinni?

Svar: \_\_\_\_\_

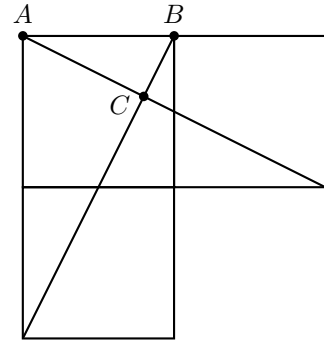
20. Hvert er gildið á  $x^2 + y^2$  ef  $x^2 - y^2 = 100$  og  $x$  og  $y$  eru jákvæðar heiltölur?

Svar: \_\_\_\_\_

## Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Myndin sýnir þrjú jafnstóra ferninga með hliðarlengd 1. Hornpunktar ferninganna eru tengdir línustrikum eins og sýnt er. Línustrikin skerast í punkti  $C$ . Hvert er flatarmál þríhyrningsins  $ABC$ ?



- 22.** Sýnið að fyrir sérhverja heiltölu  $k \geq 2$  megi finna  $k$  jákvæðar heiltölur (ekki endilega ólíkar) þannig að summa talnanna sé jöfn margfeldi þeirra.