Félag raungreinakennara
Íslenska stærðfræðafélagið

Laugardagur, 7. mars 2020
kl. 10:00–14:00

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2019-2020
Úrslitakeppni

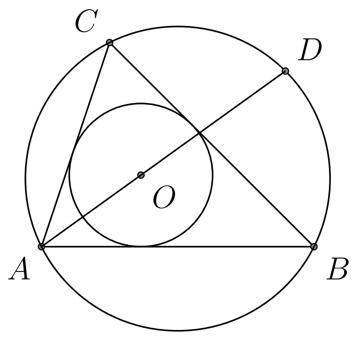
Athugið: Notið aðskilin blöð eða arkir fyrir hvert dæmi. Þetta skiptir máli við yfirferð.

Dæmi 1
Blær þurfti þrjár tilraunir til að leysa jöfnuna $x^2 + bx + c = 0$. Í fyrstu tilraun notaði Blær rangt gildi á b og fékk lausnarmengið $\{2, 3\}$. Í annarri tilraun notaði Blær rangt gildi á c og fékk lausnarmengið $\{2, 5\}$. Í þriðju tilraun leysti Blær jöfnuna rétt. Hvert er lausnarmengi jöfnunnar?

Dæmi 2
Finnið öll möguleg gildi jákvæðra heiltalna a og b þannig að $a^2 = b(b + 7)$.

Dæmi 3
Ef n er jákvæð heiltala þá táknar $v(n)$ heiltöluna sem fæst með því að setja síðasta tölustaf tölunnar n fremst. Til dæmis er $v(731) = 173$. Hver er minnsta jákvæða heiltalan n, með síðasta tölustaf 6, sem er þannig að $v(n) = 4n$?

Dæmi 4
Þríhyrningur ABC er innritaður í hring. Hringur með miðju O er innritaður í þríhyrninginn ABC. Strikið AO er framlengt yfir í punkt D sem liggur á stærri hringnum. Sannið að $CD = OD = BD$.



Dæmi 5
Í Undralandi eru 6 ernir, 17 snákar og 55 mýs. Örn getur etið snák eða mús en ekki annan örn; snákur getur etið mús en hvorki örn né annan snák; mús getur hvorki etið örn né snák og heldur ekki aðra mús. Í hvert skipti sem örn etur snák þá breytist hann í mús og þegar örn etur mús þá breytist hann í snák. Ef snákur étur mús þá breytist hann í örn. Að nokkrum tíma liðnum er sú staða komin upp að ekkert dýr getur etið annað dýr. Hver er mestur mögulegur fjöldi lifandi dýra í þeirri stöðu?

Dæmi 6
Finnið öll pör jákvæðra heiltalna (m, n) þannig að $n! + 1 = (m! - 1)^2$.

Athugið: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$, $n \in \mathbb{N}$ og $0! = 1$.