

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2021–2022 Efra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2. 3. 4. eða síðar

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þremur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

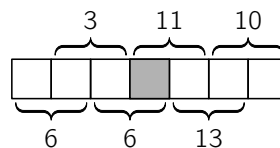
Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Ef $2 = 4^{2x}$, þá er x jafnt og

 0

 $\frac{1}{4}$
 $\frac{1}{2}$
 1

2. Regína raðar tölustöfunum 1,2,3,4,5,6,7 í reitina til hægri. Tölurnar við slaufusvigana standa fyrir summu nágrannatalna. Hvaða tölustafur verður að standa í gráa reitnum til að þetta gangi upp?


 2

 3

 4

 5

3. Í Húsdýragarðinum telur Anna kúr og hesta, samtals 12 dýr. Breki telur kúr og grísi, samtals 22 dýr. Díana telur hesta og grísi, samtals 24 dýr. Einar telur kúr, hesta og grísi. Hvaða tölu fær hann?

 26

 29

 34

 48

4. Í dæminu hér til hliðar standa P , Q og R fyrir ólíkar jákvæðar heiltölur (allar minni en 10). Hvert er gildið á $P + Q + R$?

$$\begin{array}{r} P \quad 7 \quad R \\ + \quad 3 \quad 9 \quad R \\ \hline R \quad Q \quad 0 \end{array}$$

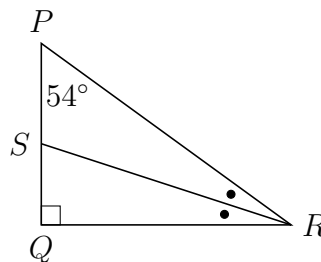
 13

 12

 14

 3

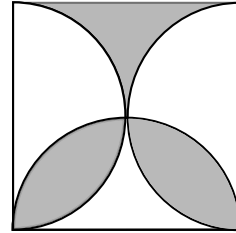
5. Á myndinni er $\triangle PQR$ rétthyrndur með Q rétt og $\angle QPR = 54^\circ$. Punktur S liggur á PQ þannig að $\angle PRS = \angle SRQ$. Hvað er $\angle QSR$ stórt?


 18°
 36°
 54°
 72°

6. Auðun álfur og Trausti tröll hittast. Auðun segir alltaf satt og Trausti lýgur alltaf. Báðir segja nákvæmlega sömu setninguna. Hvaða setning getur það verið?

Við segjum báðir satt
 Ég lýg alltaf
 Ég segi satt
 Annar okkar segir satt og hinn lýgur

7. Á myndinni er ferningur með hliðarlengd 2. Þrjú hálfhringir skerast í miðjum ferningnum. Hvert er flatarmál skyggða svæðisins?

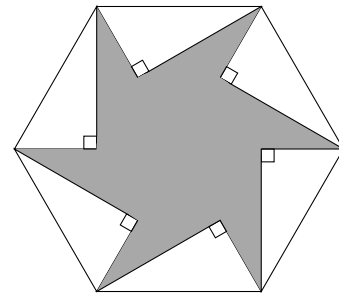


$2 - \frac{\pi}{2}$
 $4 - \pi$
 $4 - \frac{3\pi}{4}$
 $\frac{\pi}{2}$

8. Íssali nokkur býr dag einn til 20 kg af ísblöndu. Hann selur stóra og litla ísa. Lítil ís kostar 12 kr. og er 2 ískúlur en stór kostar 16 kr. og er 3 ískúlur. Úr einu kg af ísblöndu fást 12 ískúlur. Í lok dagsins hefur hann selt allan ísinn fyrir 1376 kr. Hvað hefur hann selt marga stóra ísa þann dag?

17
 24
 32
 43

9. Úr reglulegum 6-hyrningi, með lengstu hornalínur 12 cm eru sex 30° - 60° - 90° þríhyrningar klipptir eins og sýnt er á mynd. Hvert er flatarmál sagarblaðsins (skyggða svæðisins) sem myndast?



$18\sqrt{3}$
 $27\sqrt{3}$
 $36\sqrt{3}$
 $54\sqrt{3}$

10. Á hvaða tölustaf endar 2^{2021} ?

2
 4
 6
 8

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

11. Blær ekur 42 km til vinnu. Vegna framkvæmda kemst hán aðeins með hraða 12 km/klst fyrstu 21 km. Hve hratt þarf hán að aka seinni 21 km leiðarinnar til að ná meðalhraða 20 km/klst fyrir alla leiðina?

Svar: _____

12. Hver er stærsta frumtalan sem gengur upp í $4^{11} - 2^{12}$?

Svar: _____

13. Gerum ráð fyrir að x og y séu rauntölur þannig að $xy = 3$. Hvert er minnsta gildið sem $x^2 + y^2$ getur haft?

Svar: _____

14. Alls sitja 25 riddarar við hringborð. Þrír riddarar eru valdir af handahófi til að fást við erfiðan dreka. Á hve marga vegu má velja þessa þrjá, þannig að a.m.k. tveir þeirra sitji hlið við hlið?

Svar: _____

15. Fyrstu tvö stök heiltalnarunu eru 1 og 3. Næsta stak í rununni er fundið með því að reikna mismun síðustu tveggja staka, $3 - 1 = 2$ og svo á sama hátt, $2 - 3 = -1$ og svo framvegis þannig að runan byrjar svona 1, 3, 2, $-1, \dots$ Hvert er þá stak númer 2021 í rununni?

Svar: _____

Þriðji hluti

Í þessum hluta eru fjögur dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

- 16.** Verslun selur epli í lokuðum pokum með 5, 8 eða 12 eplum. Ekki má opna poka til að breyta fjöldanum í pokanum. Hver er mesti fjöldi epla sem ekki er mögulegt að kaupa?

- 18.** Tveir kúlulaga boltar liggja á gólfi og snertast í einum punkti. Annar hefur þvermál 198 cm og hinn hefur þvermál 126 cm. Í hvaða hæð frá gólfinu er snertipunktur boltanna tveggja?

19. Finnið allar jákvæðar heiltölur m og n þannig að $2^m + 1 = 3^n$.