

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2014–2015 Úrslitakeppni

Dæmi 1

Finnið öll pör jákvæðra heiltalna (a, b) með $a \leq b$ þannig að

$$\left(a + \frac{6}{b}\right) \left(b + \frac{6}{a}\right) = 25$$

Dæmi 2

Jafnhliða þríhyrningur RST er innritaður í jafnhliða þríhyrning ABC þannig að RS er hornrétt á AB . Finnið flatarmál RST með tilliti til flatarmáls ABC .

Dæmi 3

Finnið allar jákvæðar heiltölur n þannig að

$$n = d_2^2 + d_3^3$$

þar sem $1 = d_1 < d_2 < d_3$ eru minnstu deilar n .

Dæmi 4

Látum C vera hring með miðju M og $P \neq M$ vera punkt í sléttunni (í sama tvívíða fleti). Sérhver lína sem liggur í gegnum P og sker hringinn C , ákvarðar streng í hringnum. Sýnið að miðpunktur allra þessara strengja liggja á einum og sama hringnum.

Dæmi 5

Finnið allar runur jákvæðra heiltalna a_1, a_2, a_3, \dots þannig að eftirfarandi gildi:

- 1) $a_{m+n} - 1$ gengur upp í $a_m + a_n$ fyrir öll m og n .
- 2) $n^2 - a_n$ er 2. veldi heillar tölu fyrir öll n .

Dæmi 6

Við höfum 8×8 reita skákborð og nóg af þeim. Á hve marga mismunandi vegu má velja reiti á borðinu og setja eitt þéð á hvern valinn reit, þannig að fjöldi þéða í sérhverri línu og sérhverjum dálki verði oddatala?